استخدام الانحدار الخطي الضبابي في التنبؤ بمخصص التعويضات تحت التسوية في شركات التأمين المصرية

أ.د. محمد محمد محمد عطا أستاذ الرياضيات والإحصاء والتأمين ورئيس قسم الاساليب الكمية كلية التجارة جامعة سوهاج	أ. د.علي سيد بخيت حسانين أستاذ الرياضيات والإحصاء التأمين كلية التجارة جامعة سوهاج وعميد المعهد العالي للمحاسبة والإدارة بسوهاج	أ. فاطمه حربي علي مدرس مساعد بمعهد نظم التجارة الإلكترونية بسوهاج

الملخص :

في هذا البحث تم استخدام الانحدار الخطي الضبابي في التنبؤ بمخصص التعويضات تحت التسوية في شركات التأمين المصرية وذلك بثلاث نماذج :النموذج الاولى : النموذج الأول: نموذج انحدار ضبابي بمتغير استجابة ضبابي ومعلمات ضبابية ومتغيرات تفسيرية قطعية Crisp(Tanaka)، النموذج الثاني : نموذج انحدار ضبابي بمتغير استجابة ضبابي ومعلمات قطعية ومتغيرات تفسيرية ضبابية (Tanakaالمعدل) ، النموذج الثالث : نموذج انحدار ضبابي بمتغير استجابة ضبابي ومعلمات ضبابية ومتغيرات تفسيرية ضبابية (FLSLR) . وسيتم عمل مقارنة بين النماذج الثلاثة للتقدير لتوضيح كفاءة كل من هذه النماذج و تم الاعتماد علي قانون الكفاءة النسبية بوصفة معيارا احصائياً ،.وقد تم تطبيق النموذج على بيانات فعلية تم الحصول عليها من الهيئة المالية للرقابة على التأمين للعمليات المباشرة لجمـــيع الافرع وذلك من الفترة المالية ٢٠٠٣/٢٠٠٤ الى الفترة ٢٠١٩/٢٠٢٠

Abstract

In this paper, the fuzzy linear regression was used to predict the provision for outstanding compensation in the Egyptian insurance companies in three models: The first model: The first model: a fuzzy regression model with a fuzzy response variable, fuzzy parameters and deterministic explanatory variables Crisp(Tanaka), the second model: a fuzzy regression model with a variable Fuzzy response, deterministic parameters and fuzzy explanatory variables (Tanaka modified), the third model: a fuzzy regression model with a fuzzy response variable, fuzzy parameters and fuzzy explanatory variables (FLSLR). A comparison will be made between the three models of estimation to clarify the efficiency of each of these models, and the law of relative efficiency has been relied on as a statistical criterion. The model have been applied to actual data obtained from the Financial Commission for Insurance Supervision for direct operations of all branches from the financial period 2003/2004 to 201٩/20٢٠.

1.الأطار العام للبحث

١/١ مقدمة : Introduction

يعد تحليل نماذج الانحدار من الأساليب الإحصائية التي تستخدم في الكثير من العلوم، وتستخدم النظرية الاحتمالية في معالجة عدم التأكد الموجود في هذه النماذج التي تميل إلى العشوائية، ولكن هنالك في الجانب التطبيقي نماذج انحدار يكون فيها عدم التأكد المصاحب للنموذج سببه الضبابية وليس العشوائية أو كلاهما معا (العشوائية والضبابية)، في هذه النماذج لا يمكن استخدام النظرية الاحتمالية وانما يتم استخدم نظرية المجموعات الضبابية التي تستخدم في حالة ما كانت المتغيرات ضبابية أي أن المتغيرات التوضيحية ليست ثابتة (Fixed) وانما أرقام ضبابية. [Andres& Terceno, (2003)]

٢/١ مشكلة البحث : Research problem

تتسم طبيعة المشاكل التأمينية بحالة عدم التأكد لذلك نلجأ الي نظرية المجموعات الضبابية لتقدير معالم نموذج الانحدار الضبابي ، وذلك للوصول الي تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية بصورة تتسم بالكفاءة، تنحصر مشكلة البحث في التعرف على النموذج الأنسب من النماذج الثلاثة للأنحدار الضبابي والمتمثلة في: (نموذج Tanakaو Tanakaالمعدل و FLSLR) لتقدير مخصص التعويضات تحت التسوية

٣/١ أهداف البحث : Research objectives

يهدف البحث إلى وضع نموذج إحصائي في التنبؤ بمخصص التعويضات تحت التسوية بسوق التأمين، وذلك لتمكين متخذ القرار في شركات التأمين بالتنبؤ الدقيق لمخصص التعويضات تحت التسوية ، وذلك بهدف الوصول الي :

١/٣/١ أفضل النماذج للتقدير الامثل لمخصص التعويضات تحت التسوية من خلال العلاقة بين مخصص التعويضات تحت التسوية وكل من الاقساط المكتسبة والتعويضات المسددة .

٢/٣/١ مقارنة نتائج تقديرات النماذج الثلاثة السابقة لتحديد ايهما يمثل النموذج الامثل للتقدير.

٤/١ أهمية البحث: Research importance

تبرز أهمية هذه الدراسة الي أهمية تقدير مخصص التعويضات بدقة و لما كان الهدف من وضع نموذج رياضي يربط بين القدرة الاستيعابية وحجم التعويضات تحت التسوية فتتبع أهمية الدراسة من تحقيق ذلك الهدف .

٥/١ محددات البحث: Research limitations

١/٥/١ شركات التأمين :

سوف يتم تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية بشركات التأمين المصرية المباشرة، سواء شركات القطاع العام (الشركة القابضة) أو شركات القطاع الخاص.

٢/٥/١ الفترة الزمنية : سوف يتم تطبيق بيانات الدراسة خلال الفترة الزمنية من ٢٠٠٤/٢٠٠٣ حتي ٢٠٢٠/٢٠١٩ ، وهى فترة كافية لتطبيق النموذج.

٢. الإطار النظري

١/٢ المجموعات الضبابية: Fuzzy Sets

تعرف المجموعة الاعتيادية "Crisp Set " علي أنها مجموعة من العناصر وأن أي عنصر يمكن أن ينتمي أو لا ينتمي إلي المجموعة، أما المجموعة الضبابية "Fuzzy Sets" هي المجموعة التي تمتلك عناصرها نسبة إنتماء يسمي درجة الانتماء أو درجة العضوية membership degree والتي تكون حقيقية ضمن الفترة المغلقة [0,1] ، ويعبر عن درجة العضوية بدالة الانتماء $M_A\ (x)$ التي تمثل درجة انتماء العنصر من المتغير x إلي المجموعة المضببة A وتكتب بالشكل التالي : [Bang, (2005)]

$$M_A\ (x): X\ \rightarrow [\ 0,1]$$

يتغير الانتماء للعناصر من العضوية التامة الي عدم العضوية، فهي إما أن تمتلك عضوية تامة، أو عضوية جزئية أو لا تمتلك عضوية، وعلية فإن عناصر المجموعات الاعتيادية لها انتماء تام أي إن $M_A\ (x): X\ \rightarrow [1]$ أو مايدعي بالعناصر الجازمة Crisp.

٢/٢ دالة الإنتماء (العضوية): Membership Function

سميت دالة الانتماء (دالة العضوية) بهذا الاسم لانها تعبر عن مقدار انتماء أو عضوية كل عنصر في المجموعة الضبابية، علي اساس صفة أو معيار معين غير محدد بشكل واضح (أي صفة أو معيار ضبابي)، ومجال هذه الدالة هو مجموعة الاعداد الحقيقية المتضمن قيم المجموعة الضبابية المتمثل بالمحور الأفقي x مجالها المقابل هي الفترة المغلقة [0,1] والمتمثل بالمحور y، وفي حال كانت درجة انتماء العنصر تساوي واحد فهذا يعني انه انتماء مؤكد، اما في حالة كون درجة انتماء العنصر صفر فهذا يعني ان الانتماء معدوم لهذا العنصر.[Taheri, (2003)]

من المفاهيم المتعلقة بالمجموعة المضببة هو مستوي القطع مجموعة مستوي القطع $\alpha - cut$ اذ يعد مستوي القطع α هو قيمة ثابتة تقع ضمن الفترة $\alpha \in [0,1]$ وهي قيمة مختارة من قيم المحور العمودي لدالة الإنتماء، α تتمثل بدالة ثابتة (اي دالة خط مستقيم أفقي) يقطع دالة الإنتماء الي جزئيين (علوي وسفلي)، وتعمل علي التحكم بحدود المنطقة الممكنة للأعداد الضبابية التي تقع فيها نقاط العينة اي انها تتحكم بحدود العدد الضبابي (الحد الالي والحد الأدني)،اما مجموعة مستوى القطع α هي مجموعة قطعية دالة انتماءها هو الجزء العلوي من دالة الانتماء المقطوعة بواسطة مستوى القطع α .

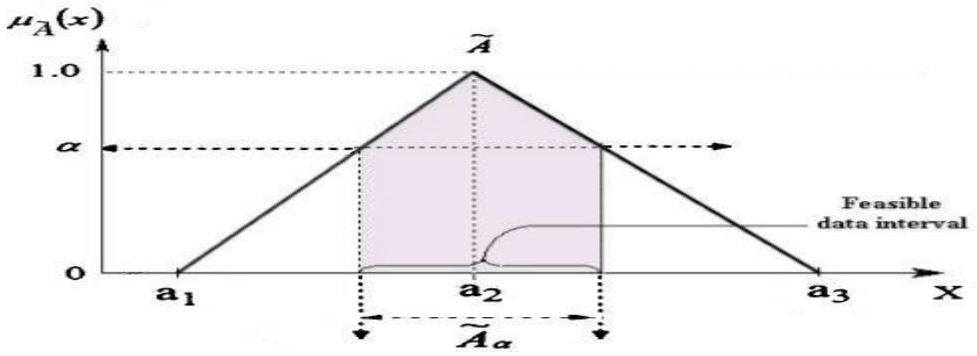
وبالتالي يمكن التعبير عن المجموعة الضبابية بعد القطع بمستوي القطعα بالصيغة التالية :

$$\tilde{A}_\alpha = \{\, x :\ \mu_{\tilde{A}}\ (\, x\,)\ \geq\ \alpha\, , x\ \in X\,\}$$

وتتمثل الصيغة السابقة بالصيغة العامة لأي مجموعة ضبابية كون أن α تقع ضمن الفترة [0,1]، والشكل التالي يوضح ذلك:

شكل رقم (١)

شكل يوضح مستوى القطع α و مجموعة مستوى القطع$\tilde{A}_{\alpha}$.



Source: Shapiro, Arnold F,(2005), P 375.

٣/٢ أنواع دوال الإنتماء الخطية: Types of function Membership Liner

هناك العديد من دوال الإنتماء حيث يتم تطبيق كل دالة علي الظاهرة المدروسة المناسبة لها، حيث تكون بيانات الظاهرة عبارة عن مجموعات ضبابية تكون مناسبة لدالة الإنتماء المختارة ومن دوال الانتماء :

- دالة الإنتماء المثلثية Triangular Membership Function
- دالة الإنتماء شبه المنحرف(الرباعية) Trapezoidal Membership Function
- دالة الإنتماء شكل الجرس Bell–shaped Membership Function

أ– دالة الإنتماء المثلثية : Triangular Membership function

هي دالة انتماء خطية ذات ثلاث معالم أساسية هي a_1 , a_2 , a_3، والتي تكون ذات خط مستقيم، فعندما تكون :

$$\tilde{A} = (a, b, c)$$

عندئذ يقال أن $\tilde{A}$ تمثل عدد مثلثي ضبابي ويمكن التعبير عن دالة الإنتماء المثلثية بالصيغة التالية:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x - a}{b - a} & if \quad a \le x < b \\ 1 & if \quad a \le x < b \\ \frac{c - x}{c - b} & if \quad b \le x < c \\ 0 & if \quad otherwise \end{cases}$$

حيث أن:

a : تمثل الحد الأدنى للدالة.

b : تمثل قيمة المركز.

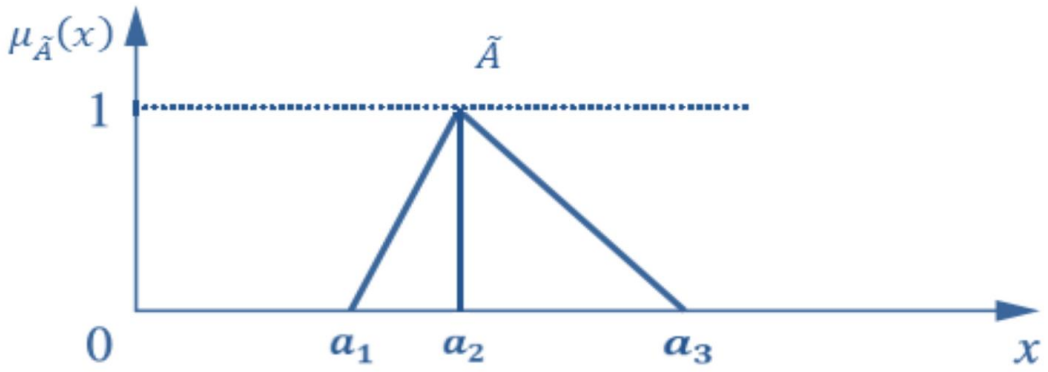
c : تمثل الحد الأعلي للدالة.

$\mu_A(x)$: درجة انتماء(x) والتي تتراوح قيمتها بين القيمتين (٠,١) .

ويمكن توضيح دالة الإنتماء المثلثية بيانياً بالشكل التالي:

شكل رقم (٢)

شكل يوضح دالة الإنتماء المثلثية .



Source: Pramila. k,(2014), P 68.

ب- دالة الإنتماء شبه المنحرف(الرباعية) Trapezoidal Membership function

هي دالة انتماء خطية تأخذ شكل شبه المنحرف، وتتميز بأربع معلمات أساسية هي a_1, a_2, a_3, a_4، ويمكن التعبير عن دالة الإنتماء شبه المنحرف بالصيغة التالية:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & if \quad a_1 \leq x < a_2 \\ \frac{a_4 - x}{a_4 - a_3}, & if \quad a_3 \leq x < a_4 \\ 1, & if \quad a_2 \leq x < a_3 \\ 0, & if \quad otherwise \end{cases}$$

حيث أن:

a_1 : تمثل معلمة الحد الأيسر.

a_2 : تمثل المعلمة الوسطي المحاذية للجانب الأيسر.

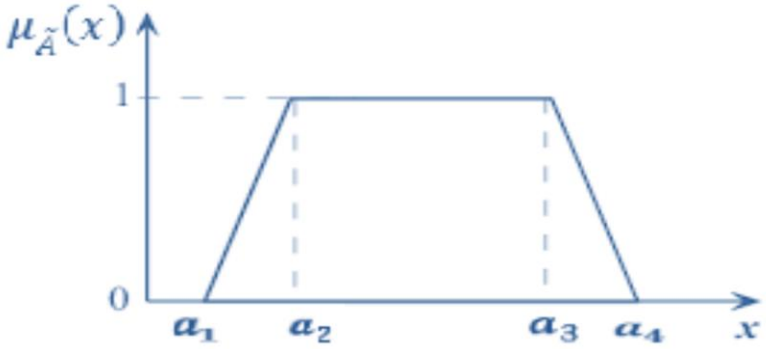
a_3 : تمثل المعلمة الوسطي المحاذية للجانب الأيمن.

a_4 : تمثل معلمة الحد الأيمن.

ويمكن توضيح دالة الإنتماء شبة المنحرف بيانياً بالشكل التالي:

شكل رقم (٣)

شكل يوضح دالة الإنتماء شبة المنحرف.



Source: Pramila. k,(2014), P 61.

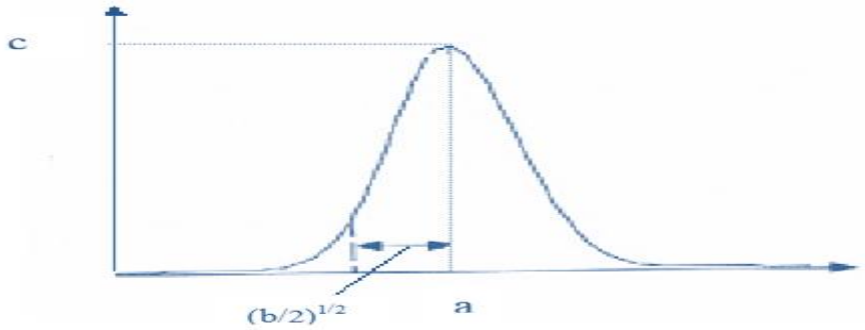
ج- دالة الإنتماء شكل الجرس Bell-shaped Membership Function

هي دالة انتماء خطية تأخذ شكل جرس ، وتسمي أيضاً بالدالة الناقوس Gaussian Function،تعبر عن شكل المنحني الطبيعي ويمكن التعبير عنها بالصيغة التالية:

$$\mu_A(x) = ce^{-\frac{(x-a)^2}{b}} \quad ; \quad -\infty < x < \infty$$

ويمكن توضيح دالة شكل جرس بيانياً بالشكل التالي:

شكل رقم (٤) شكل يوضح دالة الإنتماء شكل جرس.



Source: Pramila. k,(2014), P 68.

٤/٢ الأرقام الضبابية: Fuzzy Numbers

يمكن تعريف الرقم الضبابي **(Fuzzy Numbers)** : بأنه تعميم لرقم حقيقي بمعني أنه لا يشير إلي قيمة واحدة بل إلي مجموعة متصلة من القيم المحتملة، وتكون هذة المجموعة الضبابية مجموعة محدبة (convex) ومعيارية (normalized) ، ولكي نسمي المجموعة الضبابية عدداً ضبابيا هناك اربع شروط و هي: [Voskoglou,(2015), P 311]

I. يجب أن تكون المجموعة المضببة (A) محددة في الفترة $\alpha \in [0,1]$
II. دالة الانتماء للمجموعة المضببة (A) تكون مستمرة وجزئية (Piecewise).
III. يجب ان تكون المجموعة المضببة (A) مجموعة مضببة طبيعية ومحدبة .

١/٤/٢ الأرقام الضبابية ذات المدي من اليمين واليسار: Left Right–Fuzzy Numbers

يقال للمجموعة الضبابية A بأنها أرقام ضبابية من نوع LR إذا كانت دالة الإنتماء لها الصيغة الأتية:[Jorge, (2007)]

$$\mu_A(X) = \begin{cases} L\left(\frac{m-x}{\alpha}\right) & x \leq m \\ R\left(\frac{x-m}{\beta}\right) & x \geq m \end{cases} \qquad \alpha > 0\ ,\beta > 0$$

حيث أن :

m : تمثل المتوسط أو المنوال.

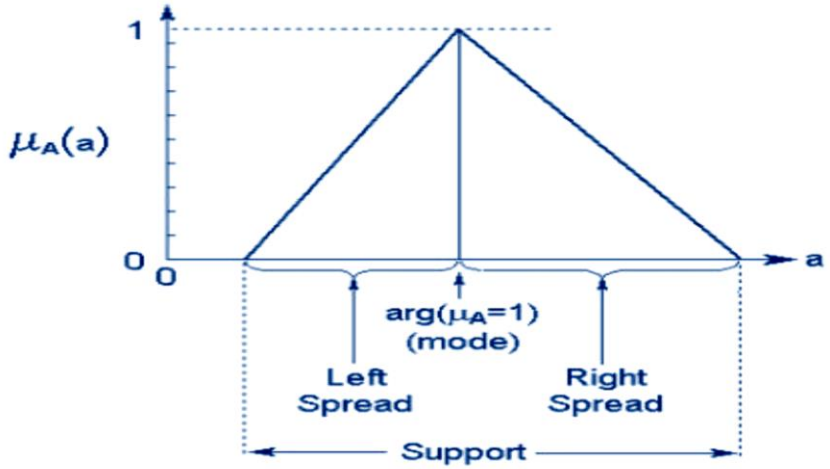
α : تمثل المدي من اليمين.

β : تمثل المدي من اليسار.

ويمكن التعبير عن الأرقام الضبابية من نوع LR بالشكل البياني التالي :

شكل رقم (٥)

يوضح الأرقام الضبابية ذات المدي من اليمين واليسار LR



Source: Jann & Chwan,(2008), P 2.

٢/٤/٢ الأرقام الضبابية المثلثية : Triangular Fuzzy Numbers

هي أعداد تتكون مجموعتها الضبابية من ثلاث حدود رئيسية (a_1, a_2, a_3) ، وهي الحد الايمن (الحد الاعلي) والحد الاوسط والحد الايسر (الحد الادني) علي التوالي بحيث أن $(a_1 < a_2 < a_3)$ ، وتتبني دالة الانتماء المثلثية في التعبير عن انتماء عناصرها. [Fodor& Barnabas,(2006), P 7-16]

١/٢/٤/٢ خصائص الأرقام الضبابية المثلثية :

Operations on triangular intuitionistic fuzzy number

تمتاز الاعداد الضبابية المثلثية بالعديد من المزايا اهمها:

أ- استيفاءها جميع شروط الاعداد الضبابية سابقة الذكر بشكل مثالي و منها شرط التحدب الذي تتميز به الاعداد الضبابية بكونها ذات تحدب قوي.

ب- تمثيل العديد من الظواهر الضبابية بشكل جيد.

ج- امكانية توظيفها و التعامل معها في العديد من الدراسات الاحصائية و بالأخص في اسلوب الانحدار.

٢/٢/٤/٢ العمليات الحسابية على الاعداد الضبابية المثلثية:

Arithmetic operations on triangular fuzzy numbers

لا شك من ان العمليات الحسابية الاربعة (الجمع، الطرح، الضرب، القسمة) علي الاعداد الضبابية تختلف عن تنفيذها في الإعداد القطعية (الاعداد الحقيقية الاعتيادية)، وذلك لطبيعة العدد الضبابي في تركيبه.

لنفرض لدينا $\tilde{A}$، $\tilde{B}$ مجموعتين من الأرقام الضبابية حيث تعرف بالصيغة الآتية:

$$\tilde{A} = (\ a_1, a_2, a_3) \quad , \quad \tilde{B} = (\ b_1, b_2, b_3)$$

لذلك يمكن إجراء العمليات الأساسية الرياضية علي الأرقام الضبابية كالاتي:

- جمع الأعداد الضبابية (Addition): لتكن المجموعتين $\tilde{A}$، $\tilde{B}$ تكون عملية الجمع للمجموعتين هي:

$$\tilde{A} + \tilde{B} = (a_1, a_2, a_3) + (\ b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1,\ a_2 + b_2,\ a_3 + b_3\ )$$

- طرح الأعداد الضبابية (Subtraction): لتكن المجموعتين $\tilde{A}$، $\tilde{B}$ تكون عملية الطرح للمجموعتين هي:

$$\tilde{A} - \tilde{B} = (a_1, a_2, a_3) - (\ b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_1,\ a_2 - b_2,\ a_3 - b_3\ )$$

- ضرب الأعداد الضبابية في ثابت (Scalar multiplication): لتكن $\tilde{A}$، وثابت kتكون عملية الضرب للمجموعة هي:

$$K = (a_1, a_2, a_3) = (K\ a_1,\ K\ b_1,\ \mathrm{K}\ a_3\ )$$

٢/٥ نماذج الانحدار الخطية الضبابية: Fuzzy Linear Regression Models

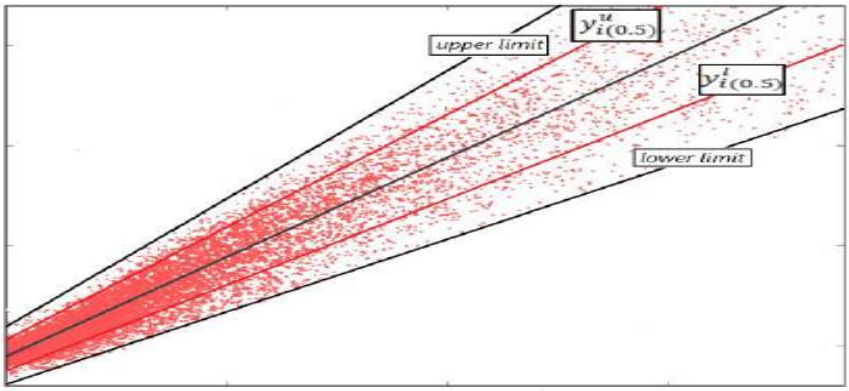
وهي نماذج تصف العلاقة الدالية بين متغير الاستجابة (Y) والمتغيرات المفسرة ضمن بيئة ضبابية وحسب التضبيب الكلي أو الجزئي لمكونات النموذج .

ومن الجدير بالذكر ان الانحدار الضبابي يمكن ان يتفادي بعض المشاكل التي تواجه الانحدار التقليدي والمتمثلة في الأتي : [Shapiro, (2005), P 377.]

- صغر حجم العينة الذي يؤدي الي نتائج تقدير غير جيدة.
- صعوبة تحقق فروض الإنحدار الخاصة بالتوزيع الاحتمالي الخاصة بالخطأ العشوائي.

- غموض العلاقة بين مدخلات ومخرجات النموذج.
- عدم الدقة والتشوية الناتج عن التمثيل الخطي للعلاقة بين المدخلات والمخرجات.

شكل رقم (٦) شكل انتشار المشاهدات مع تمثيلها بخط الانحدار الضبابي.



Source: Shapiro, Arnold F,(2005), P 373.

هناك العديد من نماذج الانحدار الخطية الضبابية المصنفة حسب تضبيب كلاً من متغيرات ومعلمات تلك النماذج ، وبناء على ذلك فسيكون هناك ثلاث نماذج من الانحدار المضبب :

١/٥/٢ النموذج الأول: نموذج انحدار ضبابي بمتغير استجابة ضبابي ومعلمات ضبابية ومتغيرات تفسيرية قطعية (Crisp):

و هو نموذج يصف العلاقة الخطية بين متغير الاستجابة ضبابي و المتغيرات التوضيحية القطعية و بمعلمات ضبابية، ويمكن التعبير عن النموذج بالصيغة العامة التالية:) [Tanaka & Uegima, 1982]

$$\tilde{Y}_i = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \tilde{A}_2 X_{i2} + \dots + \tilde{A}_j X_{ij} + \dots + \tilde{A}_k X_{ik} + \tilde{\varepsilon}_i \quad i = 1, \dots, n$$

$$j = 0, \dots, k$$

حيث أن :

$\tilde{Y}_i$: متغير الاستجابة الضبابي إذ ان $\tilde{Y}_i = (Y_i^l, Y_i^m, Y_i^u)$ وان Y_i^l متغير الحد الادني Y_i^m متغير الحد المركزي، و Y_i^u هو متغير الحد الأعلي ، للمتغير الضبابي $\tilde{Y}_i$.

X_{ij} : المتغير التوضيحي القطعي j علماً ان $j = 0, 1, \dots, k$ بافتراض أن $X_{io} = [1, 1, \dots, 1]^T$ للحد الأول من النموذج.

$\tilde{A}_j$: **المعلمة الضبابية j وان** $j = 0, 1, \dots, k$ إذ أن $\tilde{\beta}_i = (\beta_i^l, \beta_i^m, \beta_i^u)$ وأن β_i^l معلمة الحد الادني β_i^m معلمة الحد المركزي، و β_i^u هو معلمة الحد الأعلي ، للمعلمة الضبابي $\tilde{\beta}_i$.

٢/٥/٢ النموذج الثاني: نموذج انحدار ضبابي بمتغير استجابة ضبابي ومعلمات قطعية ومتغيرات تفسيرية ضبابية :

وهو نموذج يصف العلاقة الخطية بين متغير الاستجابة الضبابي و المتغيرات التفسيرية الضبابية و بمعلمات القطعية، ويمكن التعبير عن هذا النموذج بالصيغة التالي[Shapiro, (2009)]

$$\tilde{\mathbf{Y}}_{\mathbf{i}} = \tilde{\mathbf{A}}_{\mathbf{0}} + \tilde{\mathbf{A}}_{\mathbf{1}}\mathbf{X}_{\mathbf{i1}} + \tilde{\mathbf{A}}_{\mathbf{2}}\mathbf{X}_{\mathbf{i2}} + \dots + \tilde{\mathbf{A}}_{\mathbf{j}}\mathbf{X}_{\mathbf{ij}} + \dots + \tilde{\mathbf{A}}_{\mathbf{k}}\mathbf{X}_{\mathbf{ik}} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathbf{i}} \quad \mathbf{i} = \mathbf{1}, \dots, \mathbf{n}$$

$$\mathrm{j} = 0, \dots, \mathrm{k}$$

حيث أن :

$\tilde{\mathbf{Y}}_{\boldsymbol{i}}$: متغير الاستجابة الضبابي إذ ان $\tilde{\mathbf{Y}}_{\boldsymbol{i}} = (\boldsymbol{Y_i^l}, \boldsymbol{Y_i^m}, \boldsymbol{Y_i^u})$ وان $\boldsymbol{Y_i^l}$ متغير الحد الادني $\boldsymbol{Y_i^m}$ متغير الحد المركزي، و $\boldsymbol{Y_i^u}$ هو متغير الحد الأعلي ، للمتغير الضبابي $\tilde{\mathbf{Y}}_{\boldsymbol{i}}$.

$\mathbf{X_{ij}}$: المتغير التوضيحي الضبابي j علماً ان $j = 0, 1, \dots, k$ بافتراض أن $\tilde{X}_{io} = [1, 1, \dots, 1]^T$ للحد الأول في النموذج إذ أن $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{i}} = (\boldsymbol{X_i^l}, \boldsymbol{X_i^m}, \boldsymbol{X_i^u})$، وأن $\boldsymbol{X_i^l}$ متغير الحد الادني $\boldsymbol{X_i^m}$ متغير الحد المركزي، و $\boldsymbol{X_i^u}$ هو متغير الحد الأعلي ، للمتغير الضبابي $\tilde{\boldsymbol{X}}_{\boldsymbol{ij}}$

$\mathbf{A_j}$: *المعلمة القطعية* j *و هي عدد ثابت مفرد.*

٣/٥/٢ النموذج الثالث: نموذج انحدار ضبابي بمتغير استجابة ضبابي ومعلمات ضبابية ومتغيرات تفسيرية ضبابية :

Fuzzy Least Squares Linear Regression(FLSLR)

و هو نموذج يصف العلاقة الخطية بين متغير الاستجابة ضبابي و المتغيرات المفسرة الضبابية و بمعلمات ضبابية، ويمكن التعبير عن النموذج بالصيغة العامة التالية: [Poleshchuk, (2002)]

$$\tilde{\mathbf{Y}}_{\boldsymbol{i}} = \tilde{\mathbf{A}}_{\mathbf{0}} + \tilde{\mathbf{A}}_{\mathbf{1}}\mathbf{X}_{\mathbf{i1}} + \tilde{\mathbf{A}}_{\mathbf{2}}\mathbf{X}_{\mathbf{i2}} + \dots + \tilde{\mathbf{A}}_{\mathbf{j}}\mathbf{X}_{\mathbf{ij}} + \dots + \tilde{\mathbf{A}}_{\mathbf{k}}\mathbf{X}_{\mathbf{ik}} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathbf{i}} \quad \mathbf{i} = \mathbf{1}, \dots, \mathbf{n}$$

$$\mathrm{j} = 0, \dots, \mathrm{k}$$

حيث أن :

$\tilde{\mathbf{Y}}_{\boldsymbol{i}}$: متغير الاستجابة الضبابي إذ ان $\tilde{\mathbf{Y}}_{\boldsymbol{i}} = (\boldsymbol{Y_i^l}, \boldsymbol{Y_i^m}, \boldsymbol{Y_i^u})$ وان $\boldsymbol{Y_i^l}$ متغير الحد الادني $\boldsymbol{Y_i^m}$ متغير الحد المركزي، و $\boldsymbol{Y_i^u}$ هو متغير الحد الأعلي ، للمتغير الضبابي $\tilde{\mathbf{Y}}_{\boldsymbol{i}}$.

$\mathrm{X_{ij}}$: المتغير المفسر الضبابي j علماً ان $j = 0, 1, \dots, k$ بافتراض أن $\tilde{X}_{io} = [1, 1, \dots, 1]^T$ للحد الأول في النموذج إذ أن $\tilde{\boldsymbol{X}}_{\boldsymbol{ij}} = (\boldsymbol{X_i^l}, \boldsymbol{X_i^m}, \boldsymbol{X_i^u})$، وأن $\boldsymbol{X_i^l}$ متغير الحد الادني $\boldsymbol{X_i^m}$ متغير الحد المركزي، و $\boldsymbol{X_i^u}$ هو متغير الحد الأعلي ، للمتغير الضبابي $\tilde{\boldsymbol{X}}_{\boldsymbol{ij}}$

$\tilde{A}_j$: *المعلمة الضبابية j وان* $j = 0, 1, \ldots, k$ إذ أن $\tilde{\beta}_i = (\beta_i^l, \beta_i^m, \beta_i^u)$ وأن β_i^l معلمة الحد الادني β_i^m معلمة الحد المركزي، و β_i^u هو معلمة الحد الأعلي ، للمعلمة الضبابي $\tilde{\beta}_j$.

٣.الدراسة التحليلية (التطبيقية):

حيث يتم تقدير معلمات النموذج الخطي المتعدد وفقاً لطريقة الانحدار الضبابي بثلاث طرق للتقدير وذلك باستخدام البرنامج الإحصائي الـ R بإصدار R i386 4.0.3، ويتم ذلك من خلال الخطوتين التاليتين:

➢ **الخطوة الأولى: تحويل المتغيرات المفسرة الي أرقام ضبابية** :Fuzzy numbers

تم تحويل المتغيرات(X1,X2,Y) الي Fuzzy numbers باستخدام طريقة الخطأ العشوائي من التوزيع المنتظم، وذلك على النحو التالي:

جدول رقم (١)

يوضح تحويل قيم المتغيرات المفسرة الي ارقام ضبابية

Numbers	Y left spread	x1 left spread	x2 left spread
1	0.0004962	0.0000002	0.0000009
2	0.0009656	0.0000005	0.0000003
3	0.0004839	0.0000010	0.0000003
4	0.0008540	0.0000003	0.0000002
5	0.0006197	0.0000000	0.0000001
6	0.0001900	0.0000004	0.0000000
7	0.0003521	0.0000005	0.0000001
8	0.0004475	0.0000009	0.0000004
9	0.0000210	0.0000006	0.0000005
10	0.0007154	0.0000008	0.0000006
11	0.0004764	0.0000001	0.0000003
12	0.0007193	0.0000002	0.0000002
13	0.0002443	0.0000006	0.0000006
14	0.0004651	0.0000004	0.0000002
15	0.0004290	0.0000009	0.0000007
16	0.0002553	0.0000002	0.0000003
17	0.0003019	0.0000003	0.0000004

المصدر : إعداد الباحث من واقع التحليل الاحصائي باستخدام برنامج الـ R.

الخطوة الثانية : تقدير معلمات نموذج الانحدار الضبابي:

يتم تقدير معلمات نموذج الانحدار المتعدد بثلاث طرق وكانت نتائج تحليل الانحدار الضبابي كما يلي :

١/٣ النموذج الأول: نموذج انحدار ضبابي بمتغير استجابة ضبابي ومعلمات ضبابية ومتغيرات تفسيرية قطعية (Crisp):

جدول رقم (٢) معلمات نموذج الانحدار المضبب

A0	A1	A2
(4206208, 1778629, 1778629)	$(-0.06, 0, 0)$	$\mathbf{(1.23, 0, 0)}$

المصدر :إعداد الباحث من واقع التحليل الاحصائي باستخدام برنامج الـ R.

وبذلك تكون معادلة الانحدار المضبب للنموذج الأول (FLR) Tanaka كما يلي:

$$\widehat{\boldsymbol{Y}} = 4206208 - 0.06\boldsymbol{X_1} + 1.23\boldsymbol{X_2}$$

٢/٣ النموذج الثاني: نموذج انحدار ضبابي بمتغير استجابة ضبابي ومعلمات قطعية ومتغيرات تفسيرية ضبابية :

جدول رقم (٣) معلمات نموذج الانحدار المضبب

A0	A1	A2
4826373, 1890774, 498873.5)	(0.255, 0.16, 0)	$\mathbf{(0.364, 0, 0.6)}$

المصدر :إعداد الباحث من واقع التحليل الاحصائي باستخدام برنامج الـ R.

وبذلك تكون معادلة الانحدار المضبب للنموذج الثاني كما يلي:

$$\widehat{\boldsymbol{Y}} = 4826373 + 0.255\boldsymbol{X_1} + 0.364\boldsymbol{X_2}$$

٣/٣ النموذج الثالث: نموذج انحدار ضبابي بمتغير استجابة ضبابي ومعلمات ضبابية ومتغيرات تفسيرية ضبابية :Fuzzy Least Squares Linear Regression (FLSLR)

جدول رقم (٤) معلمات نموذج الانحدار المضبب FLSLR

A0	A1	A2
(4826366, 0.10862, 0.10862)	(0.25387, 0, 0)	$\mathbf{(0.36275, 0, 0)}$

المصدر :إعداد الباحث من واقع التحليل الاحصائي باستخدام برنامج الـ R.

وبذلك تكون معادلة الانحدار المضبب للنموذج الثالث (FLSLR) كما يلي:

$$\widehat{\boldsymbol{Y}} = 4826366 + 0.254\boldsymbol{X_1} + 0.363\boldsymbol{X_2}$$

❖ **<u>قياس دقة نموذج الانحدار الخطي الضبابي للنماذج الثلاثة :</u>**

وفقاً لنموذج الانحدار الضبابي سيتم عمل مقارنة بين الطرق الثلاثة للتقدير، ولتوضيح كفاءة كل من هذه الطرق تم الاعتماد علي قانون الكفاءة النسبية بوصفة معيارا احصائياً.

ولإيجاد الكفاءة النسبية لطرق التقدير المستخدمة تم عمل جدول مقارنة وكانت لدينا النتائج التالية :

جدول رقم (٥)

نتائج تقدير نماذج الانحدار الضبابي للنماذج الثلاثة:

$\mathbf{A_i}$	**Tanaka** معلمات ضبابية ومتغيرات تفسيرية قطعية (**Crisp**)	**Tanaka المعدل** معلمات قطعية ومتغيرات تفسيرية ضبابية	**FLSLR** معلمات ضبابية ومتغيرات تفسيرية ضبابية
$\mathbf{A_0}$	4206208	4826373	4826366
$\mathbf{A_1}$	-0.06	0.255	$\mathbf{0.254}$
$\mathbf{A_2}$	1.23	0.364	$\mathbf{0.363}$

المصدر : إعداد الباحث من واقع التحليل الاحصائي باستخدام برنامج الـ R.

وباستخدام صيغة الكفاءة النسبية التالية لمقارنة طرق التقدير المستخدمة :

$$eff\left(\hat{\beta}_i\right) = \frac{\left(\hat{\beta}_i\right)\ in\ 2}{\left(\hat{\beta}_i\right)\ in\ 1}$$

- تقدير طريقة Tanaka **مع طريقة *Tanaka* المعدل:**

$$eff\left(\hat{\beta}_0\right) = \frac{4826373}{4206208} = 1.15$$

$$eff\left(\hat{\beta}_1\right) = \frac{(\ ٠.٢6)}{(-0.06)} = -4.25$$

$$eff\left(\hat{\beta}_2\right) = \frac{(\ 0.364)}{(1.23)} = 0.29$$

- تقدير طريقة *Tanaka* المعدل مع طريقة FLSLR**:**

$$eff\left(\hat{\beta}_0\right) = \frac{4826366}{4826373} = 0.99$$

$$eff\left(\hat{\beta}_1\right) = \frac{(\ 0.254)}{(0.255)} = 0.99$$

$$eff\left(\hat{\beta}_2\right) = \frac{(\ 0.363)}{(0.364)} = 0.997$$

∴ النتيجة أقل من الواحد الصحيح ، فهذا يعني أن التقدير بموجب طريقة FLSLR أكثر كفاءة من التقدير بطريقة Tanaka ، **وطريقة *Tanaka* المعدل.**

نتائج البحث وتوصياته:

اولاً- النتائج: Conclusions

من خلال نتائج الجانب التطبيقي تم التوصل الى الاستنتاجات الآتية:

١- تمثلت نتائج التحليل الاحصائي بأستخدام النماذج الثلاثة للانحدار الضبابي

- معادلة الانحدار المضبب للنموذج الأول (FLR) Tanaka كما يلي:

$$\widehat{\boldsymbol{Y}} = 4206208 - 0.06\boldsymbol{X_1} + 1.23\boldsymbol{X_2}$$

- معادلة الانحدار المضبب للنموذج الثاني Tanaka المعدل كما يلي:

$$\widehat{\boldsymbol{Y}} = 4826373 + 0.255\boldsymbol{X_1} + 0.364\boldsymbol{X_2}$$

- الانحدار المضبب للنموذج الثالث (FLSLR) كما يلي:

$$\widehat{\boldsymbol{Y}} = \mathbf{٤٨٢٦٣٦٦} + 0.254\boldsymbol{X_1} + 0.363\boldsymbol{X_2}$$

٢- أظهرت نتائج البحث ان التقدير بموجب طريقة FLSLR أكثر كفاءة من التقدير بطريقة Tanaka ، **وطريقة *Tanaka* المعدل**

٣- نموذج الانحدار المتعدد الضبابي يمكن أن يزود متخذي القرار بفترة محتملة للتنبؤ .

٤- يتطلب نموذج الانحدار المتعدد الضبابي مشاهدات أقل (حجم العينة).

٥- ثانياً - التوصيات: Recommendations

٦- ١- نوصي باستخدام نموذج الانحدار الضبابي FLSLR لتقدير مطالبات شركات التأمين لجميع الافرع محل البحث وذلك لعدة اسباب منها تدنية الفروق بين قيمة المعلمة الفعلية وقيمتها المقدرة إلى أقل ما يمكن.

٧- ٢- الشمول في دراسة موضوعات الانحدار الضبابي بالشكل الذي يشمل التنبؤ واختبار الفرضيات.

٨- ٣- القيام بدراسة مماثلة باستخدام أساليب أخري في التقدير لم يتم التطرق اليها البحث ومقارنتها بالنماذج المستخدمة.

References المراجع

1- Andres, J. D. and Terceno, A., (2003), "**Applications of Fuzzy Regression in Actuarial Analysis**", Journal of Risk and Insurance, 70 (4), 665-699.

2- Fodor, János, and Barnabás Bede**.,** (2006) "**Arithmetic's with fuzzy numbers: a comparative overview**" *Proceeding of 4th Slovakian-Hungarian Joint Symposium on Applied Machine Intelligence, Herl'any, Slovakia*. pp7-16.

3- H. Tanaka, S. Uegima, K. Asai., (1982) **"Linear regression analysis with fuzzy model**", IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics Vo1, Number12, pp903-907.

4- Jorge, A.S., (2007), "**Claim Reserving with Fuzzy Regression and Taylor's Geometric Separation Method**", Insurance Mathematics and Economics, vol. 40,145-163.

5-Jann, H & Chwan, C.,(2008), " **A study of Fuzzy Linear Regression**" , Vo1, Number5, p2.

6- Poleshchuk, O.M.,(2002), A Least-Squares Fuzzy Method in Regression Analysis of T -type Data, Obozrenie Prikl. Prom. Mat., vol. 9, no. 2, pp. 434-435.

7-Pramila.K,Uthra.G,(2014), "**Optimal solution of intuitionistic fuzzy problem**", annals of pure and applied mathematics, Vo8, Number2, , pp67-73.

8- Shapiro, Arnold . F **,** (2005) " **Fuzzy regression models**"**,** Article of Penn State University 102.2 373-383.

9- Shapiro, A. F., (2009), "Fuzzy Random Variables", Insurance: Mathematics and .Economics, 44(2), 307-314

10- Taheri, S., Mahmoud,(2003) " **Trends in fuzzy statistics**", Austrian journal of statistics, Vol32, Number3, pp239-257.

11- Voskoglou, Michael., (2015) "**Use of the triangular fuzzy numbers for** student (assessment." arXiv preprint arXiv:1507.03257).

مصادر البيانات:

- بيانات فعلية تم الحصول عليها من الهيئة المالية للرقابة على التأمين للعمليات المباشرة لجميع الافرع.